Révision classe de 2^e
Position. Vitesse. Accélération

1. Référentiel. Repère

a) Cinématique du point

La **cinématique** est l'étude du mouvement des corps.

Nous ne considérerons que des corps de faibles dimensions de sorte qu'ils seront toujours assimilables à un point appelé "**le mobile**".

Les **grandeurs physiques** de la cinématique sont **le temps, la position, la vitesse et l'accélération**.

"**Etudier le mouvement**" veut dire :

1) Trouver l'équation de la trajectoire du mobile.
2) Trouver la relation mathématique (= équation) entre vitesse et temps.
   (Connaissant cette relation on peut calculer la vitesse du mobile à n'importe quel instant, ou bien l'instant correspondant à n'importe quelle vitesse.)
3) Trouver la relation entre position et temps.
   (Connaissant cette relation on peut calculer la position du mobile à n'importe quel instant, ou bien l'instant correspondant à n'importe quelle position.)
4) Trouver la relation entre vitesse et position.
   (Connaissant cette relation on peut calculer la vitesse du mobile à n'importe quelle position, ou bien la position pour n'importe quelle vitesse.)

b) La description du mouvement n'est pas la même dans tous les référentiels

La description d'un mouvement se fait par rapport à un corps (ou un système de plusieurs corps immobiles les uns par rapport aux autres), choisi comme référence, appelé **référentiel**.

Exemples : Terre, système formé par le centre de la Terre et trois étoiles fixes (= système géocentrique), ...

Exemple : *Deux voyageurs A et B sont assis dans un wagon en mouvement. Le voyageur A observe B et conclut : B est immobile. Le chef de gare C se trouvant sur le quai où passe le train, observe B et conclut : B est en mouvement.*

Ces deux observations sont-elles contradictoires ?

Non, car elles sont faites dans deux référentiels différents : A fait ses observations dans le référentiel du wagon, C fait ses observations dans le référentiel lié à la Terre.

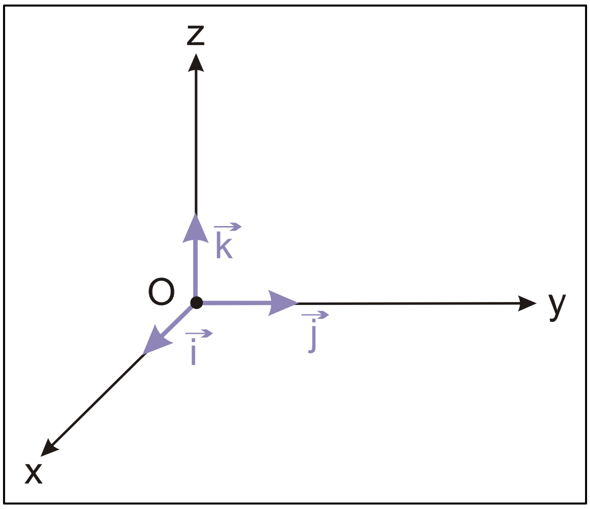
Exemple : *La Tour Eiffel est immobile dans le référentiel terrestre, mais décrit un mouvement circulaire uniforme dans le référentiel géocentrique.*

Pour décrire mathématiquement les caractéristiques d'un mouvement, un observateur utilise un **repère** lié au référentiel d'observation.

Un repère est déterminé par une **origine O** et par une **base** le plus souvent **orthonormée**.

Exemple : *Repère* $(O,\vec{i}\,,\vec{j}\,,\vec{k}\,)$ *orthonormé (à 3 dimensions).*

Les axes Oy et Oz perpendiculaires entre-eux, sont dans le plan de la feuille de papier. L'axe Ox sort de ce plan et est perpendiculaire à ce plan (formé par Oy et Oz = plan de la feuille).



c) Le temps (t) est une grandeur physique fondamentale

Dans le domaine des sciences comme dans la vie courante, le temps intervient de deux manières :

1) La **durée** ou l'**intervalle de temps** qui s'écoule entre deux **événements**.
2) La **date** ou l'**instant** auquel un événement a lieu.

Pour exprimer une date il est nécessaire de définir une **origine des temps** $\mathbf{t_0}$: il faut choisir un événement et lui attribuer conventionnellement la date "zéro" ($t_0 = 0$).
Les événements qui se sont produit avant l'instant t_0 ont des dates $t < 0$.
Les événements qui se sont produit après l'instant t_0 ont des dates $t > 0$.

Toute durée est une différence de deux dates, et est donc indépendante de l'origine des temps ! Si deux événements se produisent à des instants t_1 et t_2, alors l'intervalle de temps (ou la durée) entre ces événements est $t_2 - t_1 > 0$.

Le temps est mesuré à l'aide d'**horloges**. On utilise comme horloges, soit des phénomènes naturels, soit des événements artificiels qui se reproduisent régulièrement, à des intervalles de temps successifs égaux. Tels sont l'alternance du jour et de la nuit, le mouvement du balancier d'une pendule ou d'une montre, l'oscillation électrique dans un cristal de quartz (montres électroniques). L'horloge est d'autant plus précise que le phénomène utilisé est plus régulier.

L'**unité S.I.** (Système International d'unités) du temps est **la seconde (s)**.

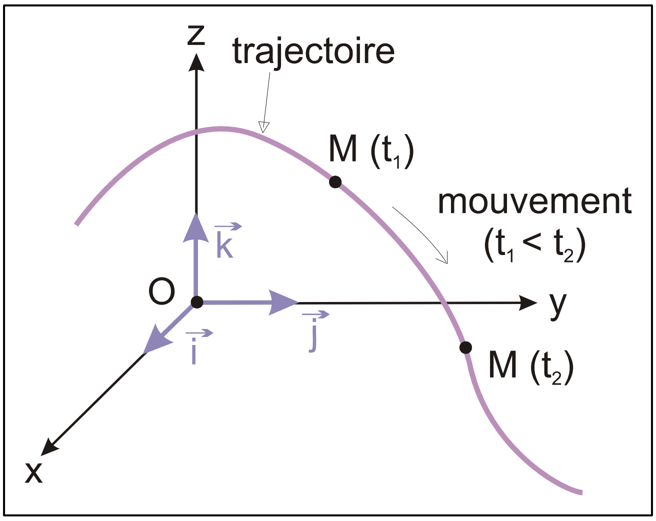
A condition que la vitesse du référentiel soit largement inférieur à la vitesse de la lumière ($v < 0{,}1\cdot c$), l'écoulement du temps se fait de la même façon quel que soit le choix du référentiel et du repère. (Point de vue de la physique **"**classique**"**)

Exemple : *Deux cyclistes A et B roulent côte à côte à la vitesse de 30 km/h. Subitement A accélère et B constate qu'au bout de 3 s, A a pris une avance de 10 m.*
Un piéton C au bord de la route et ayant tout observé conclut de même que B, qu'il a fallu 3 s pour que A prenne une avance de 10 m sur B.
La durée entre les deux événements "A commence à accélérer" et "A a une avance de 10 m" vaut 3 s aussi bien dans le référentiel de B que dans celui de C.

d) La trajectoire du point dépend du référentiel

La trajectoire est l'ensemble des positions successives occupées par le mobile M lors de son mouvement.
Elle est représentée par une courbe dans l'espace. Comme toute courbe, la trajectoire est déterminée, dans un repère donné, par son équation mathématique.

La forme de la trajectoire dépend du référentiel choisi.



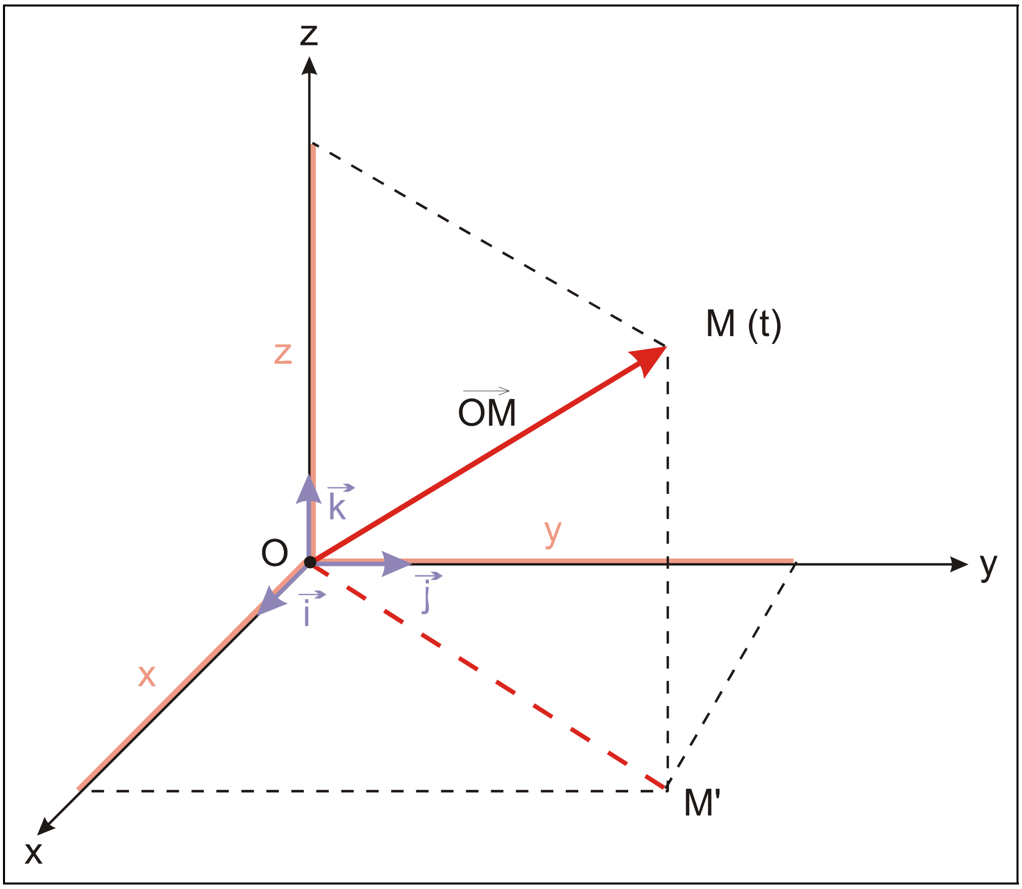
2. Position d’un mobile

a) Vecteur position et coordonnées cartésiennes

Soit M le mobile et $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ le repère choisi. La position de M à chaque instant est repérée par les **coordonnées** (ou **composantes**) x, y, z du **vecteur position** $\overrightarrow{OM}$**.**

Mathématiquement :

$$\boxed{\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \quad \text{et} \quad OM = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

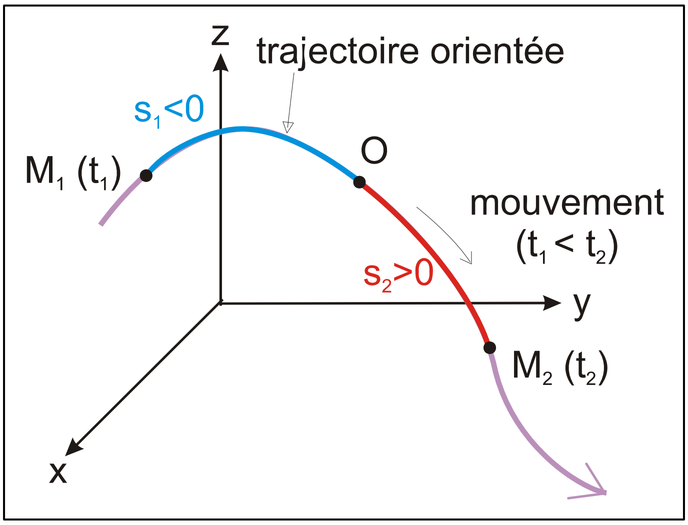


Si le repère est orthonormé x, y, z sont appelés **coordonnées cartésiennes** du point M.
S’il y a mouvement les coordonnées x, y, z varient dans le temps.
Les fonctions x = f(t), y = g(t) et z = h(t) sont appelées **équations horaires** ou **équations paramétriques** du mouvement.

Exemple : *Dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ la position d’un point M est définie à chaque instant par :* $x = 2t$; $y = 4t^2+3$; $z = 0$
Donner les positions respectives du point M aux instants 0 s, 1 s, 2 s, 3 s, 4 s.
En déduire l’équation de la trajectoire suivie par M.

b) Abscisse curviligne

Si la trajectoire d’un mobile M est connue, on peut l’orienter (= sens +) et choisir un point origine O. La valeur algébrique de l’arc $\overset{\frown}{OM}$ est l’abscisse curviligne s du point M.



* s > 0 si en allant de O à M on se déplace dans le sens de l’orientation.
* s < 0 si en allant de O à M on se déplace dans le sens inverse de l’orientation.

Le bon sens impose qu’on oriente, dans la mesure du possible, la trajectoire dans le sens du mouvement.

Le déplacement d’un mobile se trouvant initialement en M_1 à l’instant t_1 et arrivant en M_2 à l’instant t_2, est évidemment $s_2 - s_1$.

L’abscisse curviligne est liée au temps par la relation s = f(t), appelée équation horaire du mouvement.

Exemple : *Sur une carte routière, les distances entre les villes sont déterminées à partir des abscisses curvilignes de ces dernières.*

3. Vitesse d'un mobile

La rapidité avec laquelle un mobile change de position est indiquée par sa vitesse (vecteur vitesse). On distingue vitesse moyenne et vitesse instantanée.

a) Vitesse moyenne v_m

Tout le monde sait que la vitesse moyenne est le déplacement divisé par la durée.
Si un mobile se trouve en M_1 à l'instant t_1 et en M_2 à l'instant $t_2 > t_1$, la vitesse moyenne au cours du déplacement de M_1 vers M_2 s'écrit :

$$v_m = \frac{|s_2 - s_1|}{t_2 - t_1} = \frac{|\Delta s|}{\Delta t} \qquad \text{(valeur absolue pour que } v_m > 0\text{)}$$

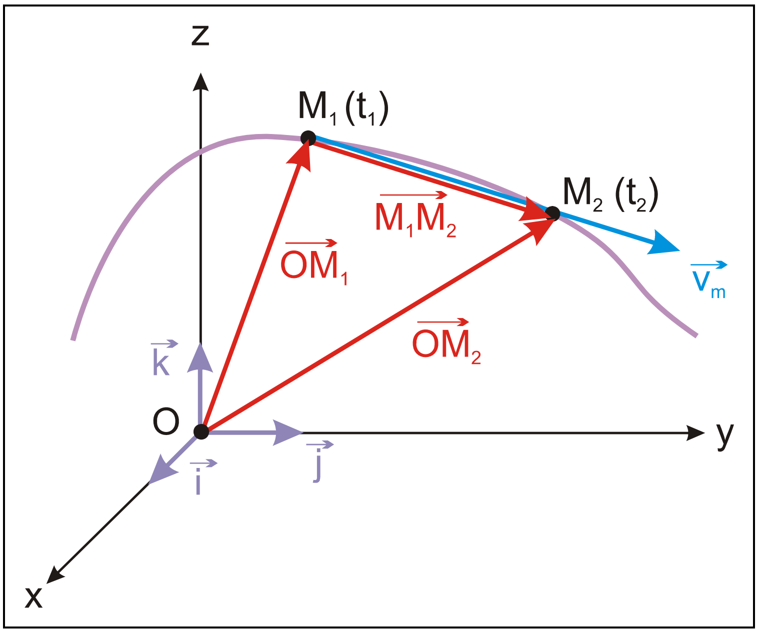
Remarque : On note usuellement par Δx la différence "valeur finale de la grandeur x" moins "valeur initiale de la grandeur x" : $\Delta x = x_{final} - x_{initial}$

Si le déplacement ($|\Delta s| > 0$) est noté d, on obtient (**une formule à retenir**) :

$$\boxed{v_m = \frac{d}{\Delta t}}$$

b) Vecteur vitesse moyenne $\vec{v}_m$

Soient M_1 la position du mobile à l'instant t_1 et M_2 celle à l'instant $t_2 > t_1$.



Définitions : Vecteur déplacement : $\overrightarrow{M_1M_2}$

Vecteur vitesse moyenne : $\vec{v}_m = \dfrac{\overrightarrow{M_1M_2}}{t_2 - t_1}$

Sur la figure on voit que : $\overrightarrow{M_1M_2} = \overrightarrow{OM_2} - \overrightarrow{OM_1} = \Delta\overrightarrow{OM}$

Comme $t_2 - t_1 = \Delta t$, on a finalement : $\boxed{\vec{v}_m = \dfrac{\Delta\overrightarrow{OM}}{\Delta t}}$

b) Vecteur vitesse instantanée $\vec{v}$

Le vecteur vitesse instantanée donne des renseignements plus précis que le vecteur vitesse moyenne : il définit **la vitesse du mobile à chaque instant** !

Si au cours d'un intervalle de temps $\Delta t = t_2 - t_1$, la vitesse ne varie pas d'un instant à l'autre, c.–à–d, qu'elle est constante, il est évident que pour cet intervalle de temps, la vitesse instantanée à chaque instant est égale à la vitesse moyenne.

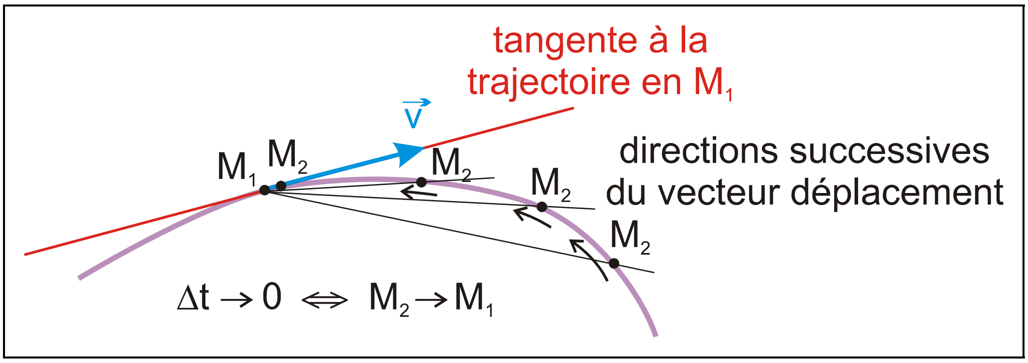
Si par contre la vitesse varie d'un instant à l'autre (cas général), la vitesse instantanée s'obtient en réduisant l'intervalle de temps Δt autant, pour qu'on puisse admettre que la vitesse ne varie plus au cours de cet intervalle de temps. Ceci veut dire que la vitesse instantanée est égale à la vitesse moyenne au cours d'un intervalle de temps très petit, même infiniment petite, noté dt.

Bien entendu, le déplacement $\Delta\overrightarrow{OM}$ qui a lieu au cours d'une durée très petite, est également infiniment petit. On le note $d\overrightarrow{OM}$.

$$\boxed{\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}}$$

* **Direction et sens de $\vec{v}$**

Lorsque Δt devient très petit, t_2 **tend vers** t_1, et M_2 **tend vers** M_1. La norme du vecteur déplacement **tend vers** zéro, et sa direction **tend vers** la tangente à la trajectoire au point M_1. Son sens reste orienté de M_1 vers M_2 = sens du mouvement.



Le vecteur vitesse instantanée $\vec{v}$ est à chaque instant tangent à la trajectoire. Son sens est celui du mouvement.

*** Intensité (norme, module) de $\vec{v}$**

Elle est notée v et indique la valeur de la vitesse instantanée (= nombre suivi d'une unité).

$\boxed{\text{L'unité S. I. de la vitesse est le m/s.}}$

1 m/s = 3,6 km/h

En général lorsqu'il y a mouvement, v varie dans le temps!

c) Coordonnées du vecteur vitesse instantanée

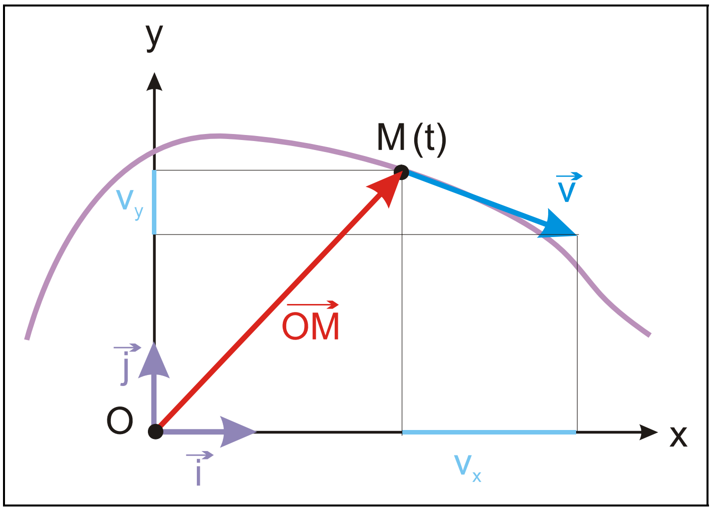
Dans la base $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, $\vec{v}$ s'exprime par : $\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k}$.
L'intensité v est reliée aux coordonnées v_x, v_y, v_z par la relation de Pythagore :

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

Mouvement plan : Mouvement dans l'espace à deux dimensions (= plan).

On a : $\boxed{\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j}}$ et $\boxed{v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}}$

Pour l'exemple de la figure, $v_x > 0$ et $v_y < 0$.



Exemple : *Calculer la norme du vecteur vitesse instantanée sachant que ses coordonnées sont : v_x = 3,5 m/s, v_y = -6,2 m/s, v_z = 0.*

4. Accélération

Lorsque la vitesse $\vec{v}$ d'un mobile varie, on aimerait connaître la rapidité avec laquelle elle varie. C'est justement l'accélération $\vec{a}$ du mobile qui comporte cette information !

L'accélération $\vec{a}$ (= vecteur accélération) indique de combien varie la vitesse $\vec{v}$ (= le vecteur vitesse) en 1 seconde. **Attention : $\vec{v}$ peut varier en intensité et en direction !**

Une forte accélération a (forte intensité du vecteur accélération) signifie que la vitesse varie vite. Une faible accélération signifie qu'elle varie lentement. L'accélération $\vec{a}$ indique donc la **rapidité de variation de la vitesse** $\vec{v}$.

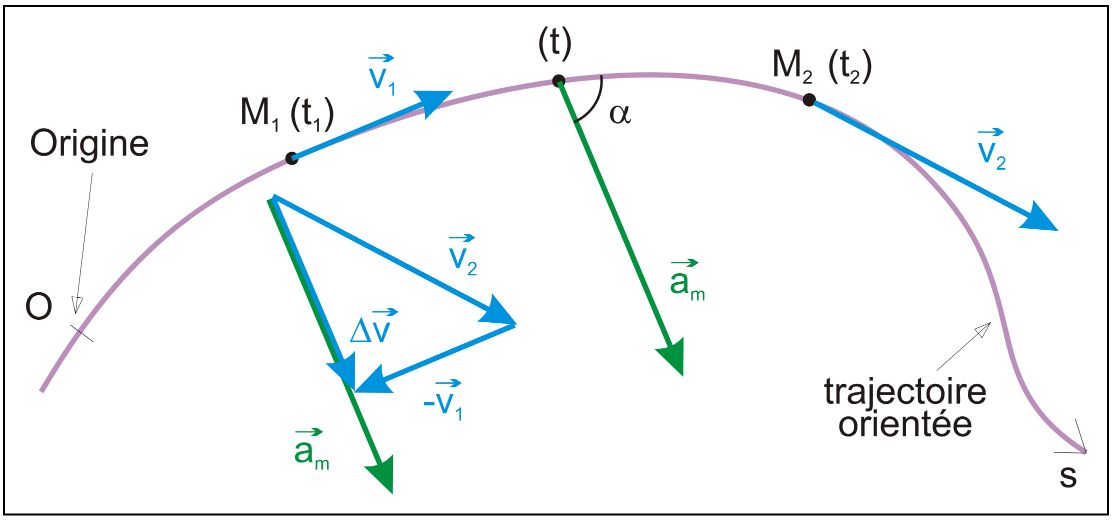
Exemples :

*	Mouvement rectiligne uniforme	$\Rightarrow$	$\vec{v}$ ne varie pas
		$\Rightarrow$	$\vec{a} = \vec{0}$
*	Mouvement uniforme mais non rectiligne	$\Rightarrow$	$\vec{v}$ varie en direction; par contre v (intensité de $\vec{v}$) reste constant
		$\Rightarrow$	$\vec{a} \neq \vec{0}$
*	Mouvement rectiligne mais non uniforme	$\Rightarrow$	v varie; par contre la direction de $\vec{v}$ reste constante
		$\Rightarrow$	$\vec{a} \neq \vec{0}$

On distingue l'accélération moyenne $\vec{a}_m$ au cours d'un intervalle de temps Δt, et l'accélération instantanée $\vec{a}$ à un instant donné.

a) Accélération moyenne

* Le mobile M devient de plus en plus rapide



A l'instant t_1, le mobile se trouve en M_1 avec la vitesse $\vec{v}_1$.

A l'instant t_2, le mobile se trouve en M_2 avec la vitesse $\vec{v}_2$.

Au cours de l'intervalle de temps $\Delta t = t_2 - t_1$, la vitesse varie de $\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$, et l'accélération moyenne $\vec{a}_m$ vaut :

$$\boxed{\vec{a}_m = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}}$$

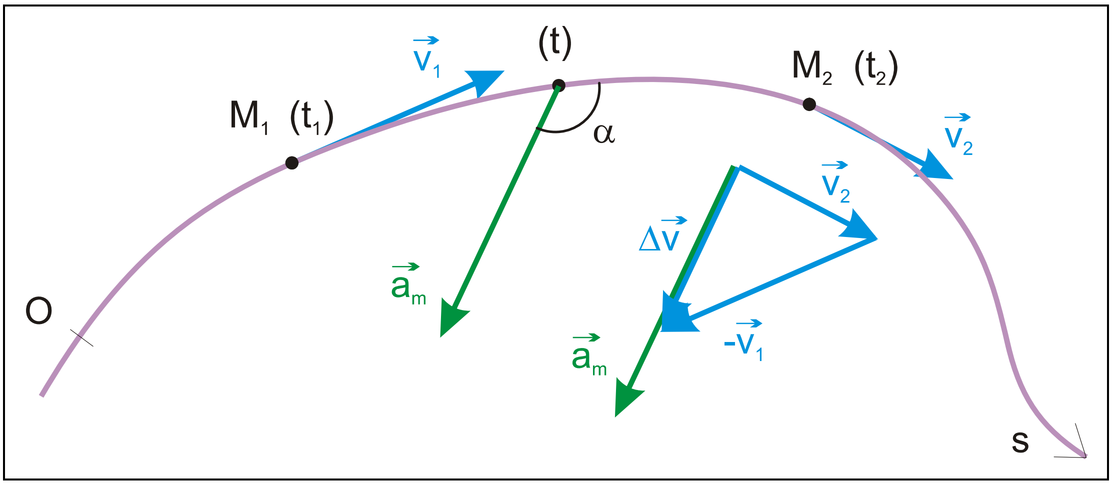
$\vec{a}_m$ est appliqué au point M où le mobile se trouve à l'instant t ($t_1 < t < t_2$).

On voit que l'angle α que fait $\vec{a}_m$ avec la vitesse au point M est un **angle aigu**.

L'intensité de $\vec{a}_m$, notée a_m, est égale à l'intensité de $\Delta\vec{v}$ divisée par Δt.

Remarque : En physique, l'intensité d'un vecteur $\vec{u}$ est généralement noté u.
En mathématiques, l'intensité d'un vecteur $\vec{u}$ (= norme de $\vec{u}$) est notée $\|\vec{u}\|$.
Dans notre cas, $\Delta v = v_2 - v_1$ (différence des intensités !) est différent de l'intensité de $\Delta\vec{v}$ (voir figure !).
Par conséquent, l'intensité de $\Delta\vec{v}$ doit être notée exceptionnellement $\|\Delta\vec{v}\|$.
L'intensité de $\vec{a}_m$ s'écrit alors : $a_m = \dfrac{\|\Delta\vec{v}\|}{\Delta t}$

b) Le mobile M devient de plus en plus lent



Les formules sont exactement les mêmes. On voit que l'angle α que fait $\vec{a}_m$ avec la vitesse au point M est un **angle obtus**.

Dans tous les cas, l'accélération est dirigée vers la concavité de la trajectoire.

b) Accélération instantanée

L'accélération instantanée $\vec{a}$ du mobile s'obtient en réduisant l'intervalle de temps Δt tellement que l'accélération ne puisse plus varier.

L'accélération instantanée $\vec{a}$ est donc égale à l'accélération moyenne $\vec{a}_m$ au cours d'un intervalle de temps infiniment petit, noté dt. La variation infiniment petite de la vitesse est notée $d\vec{v}$.

$$\boxed{\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}}$$

Si l'accélération $\vec{a}$ **est constante** (approximation très fréquente), alors $\vec{a} = \vec{a}_m$.

$\boxed{\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}}$ et l'intensité de $\vec{a}$ est : $\boxed{a = \frac{\|\Delta\vec{v}\|}{\Delta t}}$

5. Notations et vocabulaire

Un **vecteur** est noté avec une petite flèche. Le vecteur vitesse par exemple est noté : $\vec{v}$.

L'**intensité du vecteur** est notée sans flèche. L'intensité du vecteur $\vec{v}$ est notée v.

Les termes **intensité, module et norme** d'un vecteur sont équivalents.

L'intensité d'un vecteur est un nombre strictement positif.

Les **composantes ou coordonnées d'un vecteur** sont notées avec les indices x, y, et z. Celles du vecteur $\vec{v}$ par exemple sont notées v_x, v_y, v_z. Elles sont les projections du vecteur sur chaque axe. Ce sont des nombres algébriques (donc positifs ou négatifs) !

Les très petites différences (infiniment petites) ne sont plus notées par "Δ" mais par "d".Ainsi la variation infiniment petite de la grandeur t est notée dt et non pas Δt.